


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования**

**«Горно-Алтайский государственный университет»**

**(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)**

Утверждено на Ученом совете  
физико-математического и  
инженерно-технологического  
института

 Н.Н. Попеляева  
19 октября 2023 г. протокол № 2

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ  
в магистратуру по направлению 01.04.01 Математика**

**(направленность) профиль Компьютерное моделирование и анализ в  
геометрии**

Горно-Алтайск 2023

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая программа предназначена для поступающих в магистратуру по кафедре математики, физики и информатики по направлению 01.04.01 Математика направленность (профиль) Компьютерное моделирование и анализ в геометрии.

Программа подготовлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

### ВВЕДЕНИЕ

Программа состоит из четырех разделов и включает содержание профилирующих учебных дисциплин, входящих в основную образовательную программу высшего образования, по которой осуществляется подготовка студентов в соответствии с требованиями государственного образовательного стандарта.

Поступающий в магистратуру должен показать высокий уровень владения материалом, предметом обсуждения на экзамене могут стать представленные соискателем публикации.

### ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Целью вступительного экзамена является определение уровня подготовки абитуриентов, объективной оценки их способностей освоить образовательную программу магистратуры.

Задачи вступительных испытаний:

1. Оценка уровня проявления профессиональной компетентности абитуриента.
2. Определение направленности и уровня подготовленности к освоению магистерской программы по направлению 01.04.01 Математика профиль Компьютерное моделирование и анализ в геометрии.
3. Определение мотивации к продолжению образования по избранной магистерской программе.

Форма проведения испытания: *собеседование или экзамен.*

Продолжительность собеседования членов экзаменационной комиссии с абитуриентом – до 15-ти минут.

### СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

#### АЛГЕБРА

1. Определители. Системы линейных уравнений.
2. Многочлены.
3. Линейные преобразования векторных пространств.
4. Евклидовы и унитарные пространства.
5. Квадратичные формы. Жорданова форма.

#### ГЕОМЕТРИЯ

6. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
7. Уравнения прямой и плоскости в пространстве.
8. Преобразование координат.

9. Фокусы, директрисы, касательные, центр, сопряженные диаметры линий второго порядка.
10. Отыскание канонического уравнения и канонической системы координат кривых и поверхностей второго порядка.
11. Касательная плоскость, прямолинейные образующие, центр, сопряженная диаметральная плоскость поверхностей второго порядка.
12. Кривая в трёхмерном пространстве. Задание кривое, касательная кривое. Длина кривой, кривизна и кручение кривое. Формулы Френе.
13. Первая и вторая квадратичные формы регулярной поверхности. Длина кривой на поверхности, кривизна кривой на поверхности, главные кривизны. Средняя и Гауссова кривизны поверхности.
14. Основные уравнения теории поверхностей. Девриационные формулы. Формулы Гаусса – Петерсона – Кодацци.
15. Внутренняя геометрия поверхности. Геодезическая на поверхности, кратчайшие на поверхности. Теорема Гаусса – Бонне.

#### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

16. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений и уравнения высокого порядка. Пространство решений. Фундаментальная система решений. Формула Остроградского - Лиувилля.
17. Неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений и уравнения высокого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Метод неопределенных коэффициентов. Задача Коши.
18. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Существование и единственность решения. Функция Грина. Задача Штурма - Лиувилля.

#### МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

19. Пределы последовательностей и функций. Непрерывность и равномерная непрерывность.
18. Дифференциальное исчисление для функции одной переменной. Производная функции в точке и ее геометрический смысл. Правила дифференцирования и таблица производных. Производная обратной функции. Производные высших порядков. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
19. Исследование функций. Возрастание и убывание функции. Направление вогнутости. Экстремумы.
20. Формула Тейлора и раскрытие неопределенностей.
21. Неопределенный интеграл. Первообразная. Таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования -- замена переменных и интегрирование по частям.
22. Определенный интеграл и его приложения.
23. Несобственные интегралы. Понятие сходимости интегралов и критерий Коши. Абсолютная и не абсолютная сходимость. Признаки сходимости.
24. Числовые ряды. Понятие суммы ряда. Критерий Коши. Абсолютная

- сходимость. Признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов.
25. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Критерий Коши и признаки равномерной сходимости. Дифференцирование и интегрирование пределов функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды и ряды Фурье.
  26. Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, равномерная непрерывность. Дифференциал и частные производные. Производные по направлению. Дифференцирование неявных функций. Замена переменных. Формула Тейлора.
  27. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Условный экстремум.
  28. Интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование и интегрирование собственных интегралов с параметрами. Равномерная сходимость несобственных интегралов. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов с параметрами.
  29. Кратные интегралы. Определение, Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных. Вычисление площадей и объемов.
  30. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода. Формула Грина.
  31. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Формулы Остроградского и Стокса.

### КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

32. Комплексные числа и операции над ними. Тригонометрическая форма комплексного числа.
33. Ряды комплексных чисел. Числовые и функциональные ряды. Радиус сходимости степенного ряда и его вычисление. Определение элементарных функций через суммы степенных рядов, формулы Эйлера.
34. Аналитические функции. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши - Римана. Определение аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. Конформные отображения.
35. Теория интеграла Коши. Комплексное интегрирование. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Интеграл типа Коши. Существование производных всех порядков у аналитической функции. Принцип максимума модуля.
36. Ряды Тейлора и Лорана. Ряд Тейлора. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Три типа изолированных особых точек.
37. Элементы теории вычетов. Вычет аналитической функции относительно изолированной особой точки и относительно бесконечно удаленной точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление некоторых контурных интегралов. Принцип аргумента.

## КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Требования к ответу на вопросы собеседования: поступающий даёт развёрнутый ответ на 2 вопроса для собеседования из предложенного списка. Во время собеседования члены экзаменационной комиссии могут задавать абитуриенту дополнительные вопросы. Оба вопроса вступительного испытания оцениваются предметной комиссией отдельно. Итоговая оценка за ответ на вопрос определяется на основании среднего арифметического.

81 – 100 баллов	Содержание ответа разносторонне раскрывает вопрос, выдвигаемые положения глубоко обоснованы. Соискатель показывает высокие знания, обнаруживает способность видеть закономерности, иллюстрирует теоретические положения фактами, свободно вступает в диалог.
61 – 80 баллов	Содержание ответа раскрывает суть вопроса, выдвигаемые положения обоснованы. Соискатель обнаруживает знания по проблеме, может соотнести теоретические положения с практикой, однако испытывает некоторые затруднения в ответах на проблемные вопросы.
41 – 60 баллов	Ответы на вопросы и выдвигаемые положения не имеют глубокого теоретического обоснования. Соискатель обнаруживает неполное знание вопроса, затрудняется в соотнесении теоретических положений с практической деятельностью.
0 – 40 баллов	Вопрос раскрывается поверхностно. Соискатель обнаруживает неполное понимание проблемы, не может соотнести теоретические положения с практикой.

При оценивании результатов собеседования учитываются: способность структурировать и аргументировать свои высказывания; способность к анализу и интерпретации фактов и явлений; готовность к профессиональной деятельности и самообразованию; понимание сущности научно-исследовательской деятельности.

### Литература

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, 1975.
2. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры, 1956.
3. Фадеев Д.К. Лекции по алгебре, 1984.
4. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука. 1979. 512 с.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука. 1981. 232 с.
6. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970.
7. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959.
8. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997.
9. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1,2,3.
10. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1,1988, т. 2, т. 3.

11. Зорич В. А. Математический анализ, ч.1,1981; ч. 2, 1984.
12. А.В. Погорелов. Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1974.

Составители программы: к.ф.-м.н., доцент В.А. Кыров  
к.ф.-м.н., доцент Р.А. Богданова