


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования**

**«Горно-Алтайский государственный университет»**

**(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)**

Утверждено на Ученом совете  
физико-математического и  
инженерно-технологического  
института

 Н.Н. Попеляева  
19 октября 2023 г. протокол № 2

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ**  
**в магистратуру по направлению 44.04.01 Педагогическое**  
**(направленность) профиль Математическое образование**

Горно-Алтайск 2023

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая программа предназначена для поступающих в магистратуру по кафедре математики, физики и информатики по направлению 44.04.01 Педагогическое образование направленность (профиль) Математическое образование.

Программа подготовлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

### ВВЕДЕНИЕ

Программа состоит из четырех разделов и включает содержание профилирующих учебных дисциплин, входящих в основную образовательную программу высшего образования, по которой осуществляется подготовка студентов в соответствии с требованиями государственного образовательного стандарта.

Поступающий в магистратуру должен показать высокий уровень владения материалом, предметом обсуждения на экзамене могут стать представленные соискателем публикации.

### ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Целью вступительного экзамена является определение уровня подготовки абитуриентов, объективной оценки их способностей освоить образовательную программу магистратуры.

Задачи вступительных испытаний:

1. Оценка уровня проявления профессиональной компетентности абитуриента.
2. Определение направленности и уровня подготовленности к освоению магистерской программы по направлению «Математическое образование».
3. Определение мотивации к продолжению образования по избранной магистерской программе.

Форма проведения испытания: *собеседования или экзамена.*

Продолжительность собеседования членов экзаменационной комиссии с абитуриентом – до 15-ти минут.

# СОДЕРЖАНИЕ

## РАЗДЕЛ 1. АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. *Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа.* Представление комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах, связь между ними. Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел, заданных в алгебраической форме. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме.

2. *Формулы Муавра и извлечения корня натуральной степени из комплексного числа.* Возведение комплексного числа в натуральную степень. Извлечение корня  $n$ -й степени из комплексного числа. Группа корней  $n$ -й степени из единицы

3. *Делимость в кольце целых чисел.* Отношение делимости в кольце целых чисел. Свойства отношения делимости: рефлексивность, транзитивность, сохранение знаков делимого и делителя, делимость суммы и произведения, делимость нуля, невозможность деления на нуль, сравнение делимого и делителя.

4. *Простые и составные числа.* Свойства простых чисел. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Каноническое представление целого числа.

5. *Сравнения в кольце целых чисел.* Отношение сравнимости по модулю в кольце целых чисел: рефлексивность, транзитивность, симметричность. Простейшие свойства сравнений, зависящих и не зависящих от модуля. Арифметические операции над сравнениями.

6. *Линейное векторное пространство над данным полем.* Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств. Арифметическое  $n$ -мерное пространство. Линейная зависимость векторов. Свойства линейно зависимых систем векторов. Базис и размерность линейного пространства.

7. *Системы линейных алгебраических уравнений.* Виды систем линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод Гаусса, матричный метод, метод Крамера.

8. *Кольцо многочленов одной переменной.* Определение многочлена. Стандартный вид многочлена. Сложение и умножение многочленов. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера.

9. *Многочлены над полем комплексных чисел.* Основная теорема алгебры и следствия из нее. Разложение многочлена с комплексными коэффициентами на линейные множители. Формулы Виета.

10. *Многочлены над полем рациональных чисел.* Теорема о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами. Следствие. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами.

### **Рекомендуемая литература**

1. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука. 1979. – 512 с.

2. Бухштаб А.А. Теория чисел – М.: М.: Лань, 2008.
3. Виноградов И.М. Основы теории чисел – М.: Лань, 2009.
4. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. – М.: Вузовская книга, 2000.
5. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. – М.: Издательский центр «Академия», 2010.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры – М.: Лань, 2013.

## РАЗДЕЛ 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. *Предел функции* Определения предела функции по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Свойства функций, имеющих предельное значение: ограниченность, сохранение знака, переход к пределу в неравенстве, переход к пределу в сумме, произведении, частном сходящихся функций (доказать одну из теорем). Замечательные пределы.

2. *Непрерывность функции* Определение непрерывной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теорема о прохождении функции через ноль при смене знаков, теорема о прохождении функции через любое промежуточное значение, первая теорема Вейерштрасса (без доказательства), вторая теорема Вейерштрасса.

3. *Производная функции* Определение производной функции. Геометрический смысл производной. Определение дифференцируемой функции. Теорема о связи дифференцируемости и существованием производной функции в точке. Правила дифференцирования.

4. *Основные теоремы дифференциального исчисления* Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши – формулировки, интерпретация, доказательство теоремы Коши.

5. *Интегрируемость по Риману* Определения интегральных сумм, функции, интегрируемой по Риману, сумм Дарбу. Критерий интегрируемости функции. Основные классы интегрируемых функций.

6. *Интеграл Римана как функция верхнего предела* Непрерывность и дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом (одна из теорем с доказательством). Основная теорема интегрального исчисления (формула Ньютона-Лейбница).

7. *Функциональные ряды* Определения функциональных последовательностей и рядов, равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: непрерывность суммы ряда, условия почленного интегрирования и дифференцирования ряда (одна из теорем с доказательством).

8. *Дифференцируемость функции многих переменных* Определение частных производных, частных дифференциалов, дифференцируемой в точке функции многих переменных, полного дифференциала функции многих

переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции многих переменных.

9. *Интегрируемость функции многих переменных* Определение и условия существования двойного интеграла для произвольной области. Основные свойства двойного интеграла (аддитивность, линейность, теорема о среднем значении). Вычисление двойного интеграла путем сведения его к повторному.

10. *Линейные дифференциальные уравнения* Линейное дифференциальное уравнение первого порядка: определение и методы интегрирования. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков: методы интегрирования и свойства решений.

#### **Рекомендуемая литература**

1. Зорич В. А. Математический анализ. – Ч.1, 1981; ч. 2, 1984.
2. Тихонов А.Н., Васильев А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980.
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ: учебник: в 2 ч. – Изд. 3-е. – М.: Проспект, 2007.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: в 2 ч. – М.: Наука, 1982.
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т.1–3. – 1988.
6. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1–3.

### **РАЗДЕЛ 3. ГЕОМЕТРИЯ**

1. *Простейшие понятия аналитической геометрии.* Системы координат на плоскости и в пространстве (аффинная, прямоугольная, полярная). Координаты точки и вектора на плоскости и в пространстве. Деление отрезка в данном отношении. Вычисление расстояния между двумя точками. Уравнение окружности.

2. *Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.* Сложение векторов и его свойства. Умножение вектора на число и его свойства. Определение и свойства скалярного произведения векторов. Определение и свойства векторного произведения векторов. Определение и свойства смешанного произведения векторов. Вычисление скалярного, векторного, смешанного произведений векторов в прямоугольной системе координат. Геометрический смысл векторного и смешанного произведений векторов.

3. *Уравнение линии на плоскости и в пространстве. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве.* Каноническое и общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две точки плоскости и пространства. Параметрические уравнения прямой на плоскости и в пространстве.

4. *Уравнение поверхности. Уравнения плоскости.* Уравнение

плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум неколлинеарным векторам. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки общего положения. Параметрические уравнения плоскости. Общее уравнение плоскости.

5. *Взаимное расположение прямых и плоскостей.* Взаимное расположение прямых на плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей. Взаимное расположение прямой и плоскости.

6. *Метрические задачи аналитической геометрии на плоскости.* Вычисление расстояния от точки до прямой. Вычисление угла между прямыми. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух прямых.

7. *Метрические задачи аналитической геометрии в пространстве.* Вычисление расстояний: от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми. Вычисление угла: между прямой и плоскостью, между плоскостями. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух плоскостей.

8. *Линии второго порядка и их свойства.* Определение эллипса, гиперболы и параболы. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Исследование формы эллипса, гиперболы и параболы по их каноническим уравнениям (на примере одной из них).

9. *Поверхности второго порядка и их свойства.* Эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, эллиптический и гиперболический параболоиды: определение и канонические уравнения. Исследование формы поверхности второго порядка по каноническому уравнению методом сечений (на примере конкретной поверхности).

10. *Аксиоматический метод построения научного знания. Требования к системе аксиом.* Логическая схема построения научной теории аксиоматическим методом. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом. Аксиоматика евклидовой геометрии (на примере одной из аксиоматик).

#### **Рекомендуемая литература**

1. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука. 1979. – 512 с.

2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. – Ч. 1. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1986.

3. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. 2. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1987. – URL: <http://www.diary.ru/~eek/p165970944.htm>.

4. Баклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учеб. для вузов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – URL: <http://padabum.com/d.php?id=43118>.

5. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – 7-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – URL: <http://padabum.com/d.php?id=29375>.

## **РАЗДЕЛ 4. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

1. *Математическое образование.* Роль и место математического образования в современном обществе. Основные тенденции развития математического образования в России. Математическое образование в системе непрерывного образования.

2. *Предмет теории и методики математического образования.* Теория и методика математического образования как наука. Математика – наука и математика – учебный предмет. Взаимосвязи теории и методики математического образования с другими науками.

3. *Цели математического образования.* Различные подходы к целеполаганию в обучении математике: традиционный, технологический, личностно-ориентированный. Требования ФГОС к постановке целей обучения математике.

4. *Содержание обучения математике.* Школьные математические дисциплины. Нормативные документы математического образования: стандарты, программы, учебники. Основные содержательно-методические линии обучения математике.

5. *Методы обучения математике.* Понятие метода обучения. Классификации методов обучения математике. Характеристика групп методов и отдельных методов. Примеры их использования в процессе обучения математике.

6. *Научные методы в обучении математике.* Индукция и дедукция в обучении математике: характеристика каждого научного метода, примеры использования в школьном математическом образовании.

7. *Научные методы в обучении математике.* Анализ и синтез в обучении математике: характеристика каждого научного метода, примеры использования в школьном математическом образовании.

8. *Научные методы в обучении математике.* Наблюдение и опыт в обучении математике. Обобщение и абстрагирование в обучении математике.

9. *Формы мышления в обучении математике.* Понятие. Математическое понятие. Содержание и объем понятия. Определение понятия. Виды определений. Требования к определению. Методика формирования математических понятий.

10. *Формы мышления в обучении математике.* Суждения. Математические предложения. Аксиомы и теоремы. Структура и виды теорем. Умозаключения. Методика обучения доказательству теорем.

11. *Правила и алгоритмы в обучении математике.* Алгоритм. Свойства алгоритма. Алгоритмы в школьном математическом образовании. Методика использования алгоритмов в процессе обучения математике.

12. *Задачи в обучении математике.* Понятие задачи, ее структура.

Роль и функции задач в обучении математике. Классификации задач. Упражнения. Методика обучения решению математических задач.

13. *Организация обучения математике*. Урок как основная форма обучения математике. Структура урока математики. Типы уроков математики. Основные требования к уроку математики.

14. *Организация обучения математике*. Подготовка учителя к уроку математики. Организация самостоятельной работы на уроках математики. Анализ урока математики.

15. *Контроль качества обучения математике*. Виды и функции контроля. Оценка и отметка. Контрольная работа, анализ результатов. Методика проверки и оценки знаний, умений и навыков учащихся. Основной государственный экзамен. Единый государственный экзамен.

16. *Профилизация в обучении математике*. Уровневая и профильная дифференциация обучения. Предпрофильное обучение математике. Профильные школы и классы. Содержание обучения математике в профильных школах и классах.

17. *Дополнительное математическое образование*. Структура, цели и формы дополнительного математического образования школьников. Центры дополнительного математического образования. Олимпиады, математические конкурсы. Научно-исследовательская работа школьников.

18. *Внеклассная работа по математике*. Понятие внеклассной работы по математике как одного из видов дополнительного математического образования. Виды и формы внеклассной работы по математике. Характеристика одной из форм внеклассной работы по математике (на выбор).

19. *Средства обучения математике*. Печатные средства обучения математике и их электронные версии. Современные средства обучения математике. Технологическая схема планирования применения средств обучения на уроке математики.

20. *Педагогические технологии в обучении математике*. Подходы к определению, классификации. Характеристические особенности некоторых технологий. Примеры использования (на выбор).

#### ***Рекомендуемая литература***

1. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / Под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.

2. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. педвузов и ун-тов. – М.: Просвещение, 2001. – 224 с.

3. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: Учеб. пособие. – Чебоксары: Изд-во Чувашского ун-та, 2009. – 732 с.

4. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.



5. Виноградова Л.Б. Методика преподавания математики в средней школе. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2005. – 252 с.

## **КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА ИЛИ СОБЕСЕДОВАНИЯ**

*Требования к ответу на вопросы собеседования:* поступающий даёт развёрнутый ответ на 2 вопроса для собеседования из предложенного списка. Во время собеседования члены экзаменационной комиссии могут задавать абитуриенту дополнительные вопросы. Оба вопроса вступительного испытания оцениваются предметной комиссией отдельно. Итоговая оценка за ответ на вопрос определяется на основании среднего арифметического.

<i>81 – 100 баллов</i>	Содержание ответа разносторонне раскрывает вопрос, выдвигаемые положения глубоко обоснованы. Соискатель показывает высокие знания, обнаруживает способность видеть закономерности, иллюстрирует теоретические положения фактами, свободно вступает в диалог.
<i>61 – 80 баллов</i>	Содержание ответа раскрывает суть вопроса, выдвигаемые положения обоснованы. Соискатель обнаруживает знания по проблеме, может соотнести теоретические положения с практикой, однако испытывает некоторые затруднения в ответах на проблемные вопросы.
<i>41 – 60 баллов</i>	Ответы на вопросы и выдвигаемые положения не имеют глубокого теоретического обоснования. Соискатель обнаруживает неполное знание вопроса, затрудняется в соотнесении теоретических положений с практической деятельностью.
<i>0 – 40 баллов</i>	Вопрос раскрывается поверхностно. Соискатель обнаруживает неполное понимание проблемы, не может соотнести теоретические положения с практикой.

При оценивании результатов собеседования учитываются: способность структурировать и аргументировать свои высказывания; способность к анализу и интерпретации фактов и явлений; готовность к профессиональной деятельности и самообразованию; понимание сущности научно-исследовательской деятельности.

Составители: \_\_\_\_\_ д.п.н., профессор А.А. Темербекова,  
к.ф.-м.н., доцент Р.А. Богданова