МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Горно-Алтайский государственный университет»

(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Утверждено на Ученом совете
физико-математического и
инженерно-технологического
института

______________Н.Н. Попеляева
20 октября 2022г протокол № 2

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Направление 1.1 Математика и механика
Направленность (профиль)
1.1.1 Вещественный, комплексный
и функциональный анализ
Квалификация
Исследователь
Преподаватель-исследователь
Форма обучения (очная)

Горно-Алтайск

2022

Общие указания

Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальности «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» в рамках направления 01.06.01 Математика и механика, очной формы обучения складывается преимущественно из трех разделов – Действительный анализ, Теория функций комплексного переменного, Функциональный анализ, а также содержит ключевые вопросы из основных курсов, читаемых на математических факультетах университетов. От поступающих требуется знание и свободное владение материалом, предусмотренным общей частью настоящей программы. Цель вступительного испытания – установить глубину профессиональных знаний поступающего, уровень подготовленности к самостоятельной научно-исследовательской деятельности.

Порядок проведения вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится в устной форме (собеседование) по билетам. Билет содержит 3 вопроса. Время на подготовку ответов 60 минут. При необходимости могут задаваться дополнительные вопросы. При ответе на вопросы поступающий должен продемонстрировать глубокие знания по предмету. Вопросы составлены таким образом, чтобы охватить все основные направления математики, в которых поступающий в аспирантуру должен свободно ориентироваться. Задания оцениваются от 0 до 100 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

Критерии оценивания

Оценка поступающему выставляется в соответствии со следующими критериями.

Отлично (90-100 баллов)

Поступающий в аспирантуру уверенной владеет материалом, приводит точные формулировки теорем и других утверждений, сопровождает их строгими и полными доказательствами, уверенно отвечает на дополнительные вопросы программы вступительного испытания.

Хорошо (76-89 баллов)

Поступающий в аспирантуру владеет материалом, приводит точные формулировки теорем и других утверждений, сопровождает их доказательствами, в которых допускает отдельные неточности. Отвечает на большинство дополнительных вопросов по программе вступительного испытания.

Удовлетворительно (61-75 баллов)

Поступающий в аспирантуру знаком с основным материалом программы, приводит формулировки теорем и других утверждений, но допускает некоторые неточности, сопровождает их доказательствами, в которых допускает погрешности либо описывает основную схему доказательств без указания деталей. Отвечает на дополнительные вопросы по программе вступительного испытания, допуская отдельные неточности.

Неудовлетворительно (менее 61 баллов)

Поступающий в аспирантуру не владеет основным материалом программы, не знаком с основными понятиями, не способен приводить формулировки теорем и других утверждений, не умеет доказывать теоремы и другие утверждения, не знает даже схемы доказательств. Не отвечает на большинство дополнительных вопросов по программе вступительного испытания.

Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру по научной специальности 1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1. Непрерывность функций одной и многих переменных, свойства непрерывных функций. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
2. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции
3. Понятие метрического пространства, полные метрические пространства, компактность. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Принцип сходимости Коши.
4. Функции с ограниченным изменением. Мера в смысле Лебега. Теорема Д.Ф.Егорова, С-свойство. Абсолютно непрерывные функции.
5. Суммируемые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства. Гильбертовы пространства. Изоморфизм L2 и I2. Сходимость в среднем.
6. Интегральные уравнения Фредгольма. Теоремы Фредгольма.
7. Ортогональные системы функций. Неравенство Бесселя, условие полноты. Ряды Фурье. Сходимость рядов Фурье.
8. Линейные пространства, их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
9. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах, их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
10. Линейные отображения и преобразования линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями. Приведение матрицы, линейного оператора к жордановой форме.
11. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Ортогональные и самосопряженные преобразования, приведение квадратичной формы к главным осям.
12. Аффинная и метрическая классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.
13. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Факторгруппы. Теорема о гомоморфизмах.
14. Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
15. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами: однородные и неоднородные. 16. Линейные уравнения в частных производных второго порядка. Их классификация. Задача Дирихле для уравнения Лапласа. Задача Коши для уравнения струны. Первая краевая задача и задача Коши для уравнения теплопроводности.
17. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
18. Элементарные функции комплексного переменного и даваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции. Дробно-линейные преобразования.
19. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Аналитическое продолжение.
20. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты.
21. Аналитическая функция в целом. Римановы поверхности.
22. Неявные функции. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций.
23. Дифференциальные формы на многообразиях. Общая теорема Стокса. Следствия для векторных полей в трехмерном пространстве.

Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы вступительного экзамена в аспирантуру по научной специальности 1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, 1975.
2. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры, 1956.
3. Фадеев Д.К. Лекции по алгебре, 1984.
4. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука. 1979. 512 с.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука. 1981. 232 с.
6. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970.
7. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959.
8. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997.
9. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1,2,3.
10. Кудрявцев Л.Д.Курс математического анализа.Т.1,1988, т. 2, т. 3.
11. Зорич В. А. Математический анализ, ч.1,1981; ч. 2, 1984.
12. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1967 (и последующие издания).
13. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Т. I и II. М.: Наука, 1976.
14. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т. 1,2. М.: Мир, 1978.

Программа вступительного испытания в аспирантуру составлена в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по специальности 1.1 Математика и механика.